

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Δ' ΤΑΞΗΣ
ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΕΤΑΡΤΗ 28 ΜΑΪΟΥ 2008
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ 1ο

A. 1. Αν $z_1 = \alpha + \beta i$ και $z_2 = \gamma + \delta i$ είναι δύο μιγαδικοί αριθμοί, να αποδείξετε ότι $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$.

Μονάδες 7

2. Έστω f μια συνάρτηση και x_0 ένα σημείο του πεδίου ορισμού της. Πότε λέμε ότι η f είναι συνεχής στο x_0 ;

Μονάδες 6

B. Για καθεμιά από τις επόμενες προτάσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της και ακριβώς δίπλα την ένδειξη **Σ**, αν η πρόταση είναι **Σωστή**, ή **Λ**, αν αυτή είναι **Λανθασμένη**.

1. Αν z_1, z_2 είναι μιγαδικοί αριθμοί, τότε ισχύει:
 $|z_1 + z_2| > |z_1| + |z_2|$.

Μονάδες 3

2. Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει: $(\eta \mu x)' = -\sigma \nu x$.

Μονάδες 3

3. Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και δεν μηδενίζεται σ' αυτό, τότε αυτή ή είναι θετική για κάθε $x \in \Delta$ ή είναι αρνητική για κάθε $x \in \Delta$, δηλαδή διατηρεί πρόσημο στο διάστημα Δ .

Μονάδες 3

4. Αν μια συνάρτηση f είναι

- συνεχής στο κλειστό διάστημα $[α, β]$
 - παραγωγίσιμη στο ανοιχτό διάστημα $(α, β)$ και
 - $f(α) = f(β)$
- τότε υπάρχει ένα, τουλάχιστον, $ξ ∈ (α, β)$ τέτοιο, ώστε: $f'(ξ) = 0$.

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η εξίσωση $3z^2 + λz + μ = 0$, όπου $λ, μ$ είναι πραγματικοί αριθμοί.

A. Αν ο αριθμός $z_1 = 1 + i$ είναι ρίζα της εξίσωσης, να αποδείξετε ότι $λ = -6, μ = 6$ και να βρείτε τη δεύτερη ρίζα z_2 της εξίσωσης.

Μονάδες 14

B. Να αποδείξετε ότι:

α. $z_1^2 + z_2^2 = 0$

Μονάδες 6

β. $z_1^{2008} + z_2^{2008} = 2^{1005}$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 3ο

Έστω η συνάρτηση f με $f(x) = \begin{cases} 1-x & , \quad x \leq 1 \\ (x-1)^2 & , \quad x > 1 \end{cases}$

A. Να εξετάσετε αν η συνάρτηση f είναι:

α. συνεχής στο σημείο $x_0 = 1$

Μονάδες 8

β. παραγωγίσιμη στο σημείο $x_0 = 1$.

Μονάδες 10

Β. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της $A(2, 1)$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4ο

Έστω η συνάρτηση f με $f(x) = \frac{x^2 + 2x + k}{x}$,

όπου k είναι πραγματικός αριθμός.

Α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

Μονάδες 3

Β. Αν η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της $M(1, f(1))$ είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$, να βρείτε την τιμή του k .

Μονάδες 8

Γ. Για $k = 1$,

α. Να βρείτε τις ασύμπτωτες της γραφικής παράστασης της f .

Μονάδες 8

β. Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία στο διάστημα $[1, +\infty)$.

Μονάδες 6

ΟΛΗΓΙΕΣ ΠΡΟΣ ΤΟΥΣ ΥΠΟΨΗΦΙΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, κατεύθυνση, εξεταζόμενο μάθημα). **Δεν θα αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.

2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε οποιαδήποτε άλλη σημείωση.**
Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας σε όλα** τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό.
5. Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
6. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
7. Ώρα δυνατής αποχώρησης η 8.30' απογευματινή.

ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ